782

MPH-03

December - Examination 2016

M.Sc. (Previous) Physics Examination

Quantum Mechanics

क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MPH-03

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English Version will be final for all purposes.

निर्देश : यह प्रश्न–पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' एवं 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम माना जायेगा।

Section - A $8 \times 2 = 16$

Very Short Answer Type Questions (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum upto 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड – 'अ'

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

निर्देश : सभी प्रश्नों का उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) A wave function ψ can be expanded in terms of eigenfunctions of any physical quantity as $\psi = \sum_n b_n \psi_n$

Here each of the wave function is supposed to be normalized. What is the value of $\sum_n |b_n|^2$

किसी भौतिक राशि के संगत आइगेन फलन के पने के रूप में तरंगफलन ψ को निम्न रूप से किया जा सकता है $\psi = \sum_n b_n \psi_n$

यहाँ प्रत्येक तरंगफलन अभिलाम्बिक माना गया है तो $\sum_n |b_n|^2$ का मान क्या होगा?

(ii) Which experiment confirms the quantization of electron spin angular momentum?

कौनसा प्रयोग इलेक्ट्रॉन के स्थित कोणीय संवेग के क्वांटिकरण को सिद्ध करता है?

(iii) An electron state is described by the spin or given in the s_2 basis as

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{4i}{\sqrt{21}} \\ \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}} \end{pmatrix}$$

What is the probability that the electron has spin down?

एक इलेक्ट्रॉन की अवस्था को आधार के रूप में स्पिनर निम्न दिया जाता है

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{4i}{\sqrt{21}} \\ \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}} \end{pmatrix}$$

इलेक्ट्रॉन के निम्न (down) चक्रण की प्रायिकता क्या होगी?

(iv) What is the value of commutator $[x, p_x]$?
क्रमविनिमेयक $[x, p_x]$ का मान क्या होगा?

(v) Write the equation of continuity in terms of probability current density.
प्रायिकता धारा घनत्व के पदों से सातत्य समीकरण लिखिए।

(vi) Consider the linear harmonic oscillator with ground state energy $\frac{\hbar w}{2}$. What is energy required to excite the oscillator from second excited state to fifth excited state?
एक रेखीय दोलित्र को लीजिए जिसमें मूल स्तर ऊर्जा $\frac{\hbar w}{2}$ है। द्वितीय ऊत्तेजित अवस्था से पाँचवी उत्तेजित अवस्था तक दोलित्र को उत्तेजित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा कितनी होगी?

(vii) Consider the eigen function $\psi = Be^{-in\phi}$ what is the value of $L_z\psi$? Here L_z is the angular momentum operator in spherical polar co-ordinates.
यहाँ आइगेनफलन $\psi = Be^{-in\phi}$ लिजिए। $L_z\psi$ का मान क्या होगा? यहाँ गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक में L_z कोणीय संवेग संकारक है।

(viii) What is the value of n, l, m for ground state of hydrogen atom?

हाइड्रोजन परमाणु के लिए मूल अवस्था के लिए n, l, m के मान क्या होंगे ?

Section - B **$4 \times 8 = 32$**

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड – ब)

(लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Consider a particle in one dimensional infinitely deep potential box with width $o \leqslant x \leqslant b$. Wave function corresponding to particle is $\psi(x) = \text{B} \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right)$. Find the coefficient B for normalization of wave function.

एक कण अनन्त गहरे एक विमीय विभव बाक्स में चौड़ाई $o \leqslant x \leqslant b$ में परिबद्ध है। कण के तरंगफलन के सम्बन्धित तरंगफलन $\psi(x) = \text{B} \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right)$ है तरंगफलन के प्रसामान्यीकरण के गुणांक B की गणना कीजिए।

3) Prove that corresponding to operator $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - x^2\right)$ eigen function is $\exp\left(\frac{-x^2}{2}\right)$.

यह सिद्ध किजिए कि संकारक $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - x^2\right)$ के संगत आइगेनफलन $\exp\left(\frac{-x^2}{2}\right)$ है।

4) consider the wave function corresponding to particle in one dimensional box.

$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos kx$ where $k = \frac{n\pi}{2a}$ and $n = 1, 3, 5, ...$

Calculate the expectation value of momentum $<p>$. Here $-a<x<a$.

एकविमिय बाक्स में परिबद्ध बाक्स में कण से सम्बद्ध तरंगफलन

$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cos kx$ जहाँ $k = \frac{n\pi}{2a}$ तथा $n = 1, 3, 5, ...$

संवेग का प्रत्याशा मान $<p>$ की गणना करो। यहाँ $-a<x<a$.

5) Calculate the following : $\langle 2|(a + a^+)^4|2\rangle$

निम्न की गणना कीजिए : $\langle 2|(a + a^+)^4|2\rangle$

6) Calculate the probability current density corresponding to plane wave $\psi(x, t) = B\{\cos(\alpha x) + i\sin(\alpha x)\}e^{-iwt}$

निम्न तरंग फलन के संगत प्रायिकता धारा घनत्व ज्ञात कीजिए –

$\psi(x, t) = B\{\cos(\alpha x) + i\sin(\alpha x)\}e^{-iwt}$

7) A wave function corresponding to one dimensional harmonic oscillator is given by

$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_1(x) + \psi_3(x)]$

i.e. it is super position of first excited state and third excited state eigenfunctions. Calculate the expectation value of energy corresponding to wave function $\psi(x)$.

एक विमिय दोलित्र के संगत तरंगफलन

$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_1(x) + \psi_3(x)]$

है अर्थात यह तरंगफलन प्रथम उत्तेजित अवस्था तथा तृतीय उत्तेजित अवस्था के तरंगफलनों के अध्यारोपण से बना है। तरंगफलन $\psi(x)$ के संगत ऊर्जा के प्रत्याशा मान की गणना करें।

8) If σ_x, σ_y and σ_z are Pauli spin matrices then

(i) Prove that $\sigma_x \sigma_z = -\sigma_z \sigma_x$

(ii) Find $\sigma_x \sigma_y \sigma_z$

यदि σ_x, σ_y तथा σ_z पाउली की स्पिन मैट्रिक्स है तो

(i) सिद्ध कीजिए – $\sigma_x \sigma_z = -\sigma_z \sigma_x$

(ii) ज्ञात कीजिए – $\sigma_x \sigma_y \sigma_z$

9) When perturbing term in linear harmonic oscillator problem is bx^2, use perturbation theory to obtain the correction in energy eigen value up to first order.

एक रेखीय आकृति दोलित्र में विक्षोभ पद bx^2 है तो विक्षोभ सिद्धान्त का उपयोग करते हुए प्रथम कोटि के लिए ऊर्जा आइगेनमान संशोधन प्राप्त करें।

Section - C $2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड – स)

(दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों का उत्तर दीजिये। आपको अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) Describe the Stern-Gerlach Experiment.

स्टर्न गेरलक प्रयोग का वर्णन कीजिए।

11) Discuss the particle in the one dimensional patential well with finite walls as given below:

$$U(x) = \begin{cases} U_o ; x < -b \\ O \ ; -b < x < b \\ U_o ; x > b \end{cases}$$

Here $U(x)$ represents the potential energy of the particle.

परिमित दीवार से परिबद्ध एक विमिय विभवकूप में कण की विवेचना कीजिए

$$U(x) = \begin{cases} U_o ; x < -b \\ O \ ; -b < x < b \\ U_o ; x > b \end{cases}$$

यहाँ कण की स्थितिज ऊर्जा $U(x)$ है

12) What do you mean by time independent perturpation theory? Obtain the first order correction term in energy.

कालअनाश्रित विक्षोभ सिद्धान्त से क्या तात्पर्य है? ऊर्जा में प्रथम कोटि संशोधन पद को प्राप्त कीजिए।

13) (i) Prove that any two eigenvectors corresponding to two distinct eigenvalues of a unitary matrix are orthogonal.

(ii) Discuss the Schrodinger equation for the time evolution operator.

(i) यह सिद्ध कीजिए कि यूनिटरी मेट्रिक्स के संगत की दो विभिन्न आइगेन मानों के संगत कोई भी दो आइगेन सदिश लम्बवत होते हैं।

(ii) समय जनक संकारक के संगत श्रोडिंगर समीकरण की व्याख्या कीजिए।

———